Lycée Roland Garros
Envolez-vous vers la réussite !

DIAGNOSTIC N°1

AUTO-TEST de CALCULS MATHEMATIQUES avant l'entrée en prépa

Prenez environ 40 à 45 minutes pour répondre aux questions suivantes (sans machine à calculer). A la fin regardez les réponses au verso. Vous aurez ainsi un auto-diagnostic des éventuels besoins de remédiations en calculs mathématiques nécessaires avant de commencer sereinement votre prépa.

Thématique	N°	Questions	Réponse
Calcul littéral	1	Factoriser l'expression suivante $\mathrm{K} = xy - x - y + 1$	$K =$
	2	Développer l'expression $\mathrm{E} = (\mathrm{A} - 2\mathrm{B})^2 - 2(\mathrm{B}^2 - 2\mathrm{AB})$	$\mathrm{E} =$
	3	Résoudre l'équation suivante d'inconnue x : $3x - 1 = 5\,(x + 3)$.	$x =$
	4	Factoriser l'expression suivante H = $(x - 1)^2 - 16$	H =
Fractions	5	Simplifier : A = $\frac{36}{25} \times (-5) \div \frac{-12}{15}$	$A =$
	6	Transformer 0,2 en fraction puis donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible : B = $\frac{2}{15} - 0{,}2$	$B =$
	7	Donner la valeur de : C = (2 x 3 x 5)$(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5})$	$C =$
Puissances	8	Ecrire sous forme d'une puissance de 10 l'expression E = $\frac{(10^5 \cdot 10^{-3})^5}{(10^{-5} \cdot 10^3)^{-3}}$	E =
	9	Simplifier D = $\frac{(xy^3)^{-2}(-y)^2}{(-x^2)^{-3}}$	$D =$
	10	Calculer F = $\frac{15^5}{25^2 \times 45} \div 3$	F =
Racines carrées	11	Quel est le domaine de définition D_f de la fonction f suivante: $f(x) = \sqrt{2x - 3}$	
	12	Exprimer sans racine carrée l'expression suivante G = $\frac{\sqrt{2(3-\pi)^2}}{\sqrt{50}}$	G =
	13	Exprimer sans symbole racine carrée AU DENOMINATEUR l'expression suivante : Z = $\frac{4}{2+\sqrt{2}}$	$Z =$
Carrés et équations du second degré	14	Résoudre l'équation : $(x - 3)^2 = 4$	$x =$
	15	p est une constante fixée non nulle. Déterminer une solution évidente (parmi 0, 1, -1, 2, -2) de l'équation d'inconnue x : $px^2 + (1 - p)x - 1 = 0$	$x =$ est solution évidente
	16	Trouver l'autre solution, en fonction de p (pas besoin de calculer le discriminent)	L'autre solution est : $x =$
Inégalités	17	Déterminer toutes les valeurs de x telles que : $-5x \geq 2(x - 7)$	
	18	Déterminer tous les x réels tels que : $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$	
	19	Déterminer toutes les valeurs de x telles que : $(x - 3).(-x + 1) < 0$	
Ln et exp	20	Pour quelles valeurs de x, l'expression suivante est-elle définie ? : $\ln(2x + 3)$	
	21	Simplifier K = $\frac{\ln\,(e^{4y}.\,e^4)}{e^{[\ln(2y) + \ln\,(2)]}}$	K =
	22	Déterminer toutes les valeurs réelles de y telles que : $ln(2y) > 0$	

Correction détaillée :

	N°	Questions	Réponse
Calcul littéral	1	Factoriser l'expression suivante $K = xy - x - y + 1$	$K = (x-1)(y-1)$
		$K = x(y-1) - (y-1) = (y-1)(x-1)$	
	2	Développer l'expression $E = (A-2B)^2 - 2(B^2 - 2AB)$	$E = A^2 + 2B^2$
		$E = A^2 - 4AB + 4B^2 - 2B^2 + 4AB = A^2 + 2B^2$	
	3	Résoudre l'équation suivante d'inconnue x : $3x - 1 = 5\,(x+3)$.	$x = -8$
		$3x - 1 = 5x + 15$ (**on travaille par équivalences successives**) $\Leftrightarrow -2x = 16$ (on a fait $-5x$ pour isoler les x à gauche) $\Leftrightarrow x = -8$ (on a divisé par -2 qui est non nul)	
	4	Factoriser l'expression suivante $H = (x-1)^2 - 16$	$H = (x+3).(x-5)$
		$H = (x-1)^2 - 16 = (x-1)^2 - 4^2 = \big((x-1)+4\big).\big((x-1)-4\big) =$ $(x+3).(x-5)$ On a utilisé l' identité remarquable **A^2-B^2=(A-B)(A+B)**	
Fractions	5	Simplifier : $A = \frac{36}{25} \times (-5) \div \frac{-12}{15}$	$A = 9$
		$\frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times 5 = \frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times \frac{5}{1} = \frac{36 \times 15 \times 5}{25 \times 12 \times 1} = \frac{12 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5}{5 \times 5 \times 12 \times 1} = \frac{3 \times 3}{1} = \frac{9}{1} = 9.$	
	6	Transformer 0,2 en fraction puis donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible : $B = \frac{2}{15} - 0{,}2$	$B = -\frac{1}{15}$
		$B = \frac{2}{15} - \frac{2}{10} = \frac{2\times 2}{15\times 2} - \frac{2\times 3}{10\times 3}$ (on a réduit au même dénominateur 30, qui est dans la table de multiplication de 15 et dans celle de 10) $B = \frac{4-6}{30} = -\frac{2}{30} = -\frac{2:2}{30:2} = -\frac{1}{15}$	
	7	Donner la valeur de : $C = (2 \times 3 \times 5)(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5})$	$C = 31$
		$C = \frac{2\times3\times5}{2} + \frac{2\times3\times5}{3} + \frac{2\times3\times5}{5} = 15 + 10 + 6 = 31$	
Puissances	8	Ecrire sous forme d'une puissance de 10 l'expression E = $\frac{(10^5 \cdot 10^{-3})^5}{(10^{-5} \cdot 10^3)^{-3}}$	$E = 10^4$
		$E = \frac{(10^{5-3})^5}{(10^{-5+3})^{-3}} = \frac{(10^2)^5}{(10^{-2})^{-3}} = \frac{10^{2\times5}}{10^{(-2)\times(-3)}} = \frac{10^{10}}{10^6} = 10^{10-6} = 10^4$	
	9	Simplifier $D = \frac{(xy^3)^{-2}(-y)^2}{(-x^2)^{-3}}$	$D = \frac{-x^4}{y^4} = -x^4y^{-4}$
		$D = \frac{(xy^3)^{-2}(-y)^2}{(-x^2)^{-3}} = \frac{x^{-2}y^{-2\times3}(-1)^2y^2}{(-1)^{-3}x^{2\times(-3)}} = \frac{x^{-2}y^{-6+2}}{-x^{-6}} = -x^{-2+6}y^{-6+2} = -x^4y^{-4}$	
	10	Calculer $F = \frac{15^5}{25^2 \times 45} \div 3$	$F = 9$
		$F = \frac{3^5 \times 5^5}{5^4 \times 3^2 \times 5} \times \frac{1}{3} = 3^{5-3} \times 5^{5-5} = 3^2 \times 1 = 9$	
Racines carrées	11	Quel est le domaine de définition D_f de la fonction f suivante: $f(x) = \sqrt{2x-3}$	f définie ssi $x \geq 3/2$ *i.e.*: $D_f = [\frac{3}{2}, +\infty[$
		$x \in D_f$ (on travaille par équivalences successives) $\Leftrightarrow 2x - 3 \geq 0$ (car $\sqrt{X}$ est défini pour $X \geq 0$) $\Leftrightarrow 2x \geq 3$ (on a fait +3 des deux côtés pour isoler les x à gauche) $\Leftrightarrow x \geq 3/2$ (on a divisé par 2 **positif** et **<u>non nul</u>** des deux côtés : **la positivité de 2 permet de garder le sens de l'inégalité**)	
	12	Exprimer sans symbole racine carrée l'expression suivante $G = \frac{\sqrt{2(3-\pi)^2}}{\sqrt{50}}$	$G = \frac{\pi-3}{5}$
		$G = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{(3-\pi)^2}}{\sqrt{2}.\sqrt{5\times5}} = \frac{\lvert 3-\pi \rvert}{5} = \frac{\pi-3}{5}$ attention $\sqrt{\boldsymbol{X^2}} = \lvert X \rvert = \left\lvert \begin{matrix} \boldsymbol{X\ si\ X \geq 0} \\ \boldsymbol{ou} \\ \boldsymbol{-X\ si\ X < 0} \end{matrix} \right.$ Et ici $3 - \pi < 0$ donc $\lvert 3-\pi \rvert = \pi - 3$ **Ne pas confondre avec :** $\boldsymbol{\sqrt{X}^2 = X}$	

	13	Exprimer sans symbole racine carrée AU DENOMINATEUR l'expression suivante : Z = $\frac{4}{2+\sqrt{2}}$	$Z = 4-2\sqrt{2}$
		On multiplie en haut et en bas par la quantité conjuguée de $2+\sqrt{2}$, c'est-à-dire $2-\sqrt{2}$, ainsi on obtient un terme au dénominateur de la forme (A+B)(A-B)=A^2 -B^2 qui fait partir les symboles racines carrées : Z = $\frac{4}{2+\sqrt{2}} = \frac{4.(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \frac{4.(2-\sqrt{2})}{2^2-\sqrt{2}^2}= \frac{4.(2-\sqrt{2})}{4-2}$=2. $(2-\sqrt{2})$= $4-2\sqrt{2}$	
Carrés et équations du second degré	14	Résoudre l'équation : $(x-3)^2 = 4$	$x = 5 \quad ou\ 1$ (ne pas oublier la 2e solution)
		$(x-3)^2 = 4$ (on raisonne par équivalences successives) ⇔ $(x-3)^2 - 2^2$ = 0 (on isole 0 à droite puis on factorisera à gauche) ⇔ $(x-3-2)(x-3+2)$ = 0 (factorisation via A^2-B^2=(A-B)(A+B)) ⇔ $(x-5)(x-1)$ = 0 ⇔ $(x-5) = 0 \quad ou \quad (x-1)$ = 0 ⇔ $x = 5\ ou\ x = 1$ On aurait pu directement écrire : $\boldsymbol{(x-3)^2 = 4 \iff (x-3) = 2\ ou -2}$ ce qui revient au même en plus rapide	
	15	p est une constante fixée non nulle. Déterminer une solution évidente (parmi 0, 1, -1, 2, -2) de l'équation d'inconnue x : $px^2 + (1-p)x - 1 = 0$	$x = 1$ est solution évidente
		$x = 1$ est **solution évidente** car $p.1^2 + (1-p)1 - 1 = p - p + 1 - 1 = 0$ **NOTA TRES IMPORTANTE : POUR RESOUDRE UNE EQUATION (OU UNE INEQUATION) DU SECOND DEGRE ON COMMENCERA TOUJOURS PAR CHERCHER UNE RACINE EVIDENTE ET ENSUITE ON CHERCHERA L'AUTRE RACINE PAR FACTORISATION (cf question 16). SI AUCUNE RACINE EVIDENTE N'APPARAIT ALORS SEULEMENT ON CALCULERA LE DISCIMINENT !**	
	16	Trouver l'autre solution, en fonction de p (pas besoin de calculer le discriminent)	L'autre solution est : $x = -1/p$
		Comme $x = 1$ est solution évidente de l'équation $\boldsymbol{px^2 + (1-p)x - 1 = 0}$ **cela signifie que l'on peut FACTORISER $\boldsymbol{px^2 + (1-p)x - 1}$ par $\boldsymbol{(x-1)}$** : $px^2 + (1-p)x - 1$ = $(x-1)$ $(px+1)$ où on a trouvé • le terme en px pour que $x.px$ nous donne le terme px^2 (terme de plus haut degré) • le terme constant -1 pour que (-1).(+1) qui est le produit des termes indépendants de x (on dit « constants ») nous redonne le terme constant -1	
Inégalités	17	Déterminer toutes les valeurs de x telles que : $-5x \geq 2(x-7)$	$x \leq 2$ (Attention au sens de l'inégalité)
		$-5x \geq 2(x-7)$ on travaille par équivalences successives ⇔ $-5x \geq 2x - 14$ ⇔ $-7x \geq -14$ (on a enlevé $2x$ à gauche et à droite) ⇔ $x \leq 2$ (**on a divisé par -7 qui est négatif : changement du sens de l'inégalité !!!**)	
	18	Déterminer tous les x réels tels que : $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$	$x > 2\ ou\ x < 0$
		L'inégalité a un domaine de définition qui est IR* (car 0 est une valeur interdite pour que $\frac{1}{x}$ soit défini). Soit $x \neq 0$: il vérifie l'inégalité si et seulement si (on travaille par équivalences successives, en faisant une disjonction de cas) : **Cas 1 : $\boldsymbol{x > 0}$**. Dans ce cas $\frac{1}{x} < \frac{1}{2} \iff x > 2$: on a appliqué la fonction inverse à gauche et à droite. Cette fonction est <u>strictement</u> décroissante sur IR+ et $\frac{1}{x}$ et ½ sont bien dans IR+ : **la décroissance nous**	

		oblige à modifier le sens de l'inégalité. La <u>STRICTE</u> décroissance nous permet de garder l'équivalence **OU Cas 2 : $x < 0$** : Dans ce cas tous les x vérifient $\frac{1}{x} < 0 \; donc < 1/2$ CONCLUSION : Les x solutions sont les $x > 2 \;\; ou \;\; x < 0$ (on vérifie que 0 est bien exclu) **NOTA : On aurait pu aller BEAUCOUP plus vite en travaillant directement sur le graphe de la fonction $x \rightarrow \frac{1}{x}$. D'où la nécessité de bien connaître le graphes des fonctions usuelles (cf formulaire de début de BCPST1)**	
	19	Déterminer toutes les valeurs de x telles que : $(x-3).(-x+1) < 0$	$x < 1 \;\; ou \; x > 3$ on peut aussi écrire $x \in$ $]-\infty, 1[\; \cup \;]3, +\infty[$
		METHODE 1 : TABLEAU DE SIGNES de E = $(x-3).(-x+1)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & & 1 & & 3 & \\ \hline x-3 & - & & - & 0 & + \\ \hline 1-x & + & 0 & - & & - \\ \hline E & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$ METHODE 2 : EXPRESSION DE SECOND DEGRE E est une expression du second degré E = $-x^2 + 4x - 3$ de racines dans l'ordre 1 et 3. On sait que **E est du même signe que -1 (terme devant x^2) si et seulement si x est A L'EXTERIEUR DES RACINES**	
Ln et exp	20	Pour quelles valeurs de x, l'expression suivante est-elle définie ? : $ln(2x+3)$	$x > -3/2$
		x appartient au domaine de définition D_f de la fonction f suivante: $f(x) = \; ln(2x+3)$ si et seulement si : $2x+3$ > 0 (car la fonction ln est definie sur IR+*) ⇔ $2x > \; -3$ (on a enlevé 3 à gauche et à droite) ⇔ $x > \; -3/2$ (on a **divisé par 2 qui est > 0, à gauche et à droite, donc le sens de l'inégalité est conservé**)	
	21	Simplifier K = $\frac{\ln(e^{4y}.e^4)}{e^{[\ln(2y)+\ln(2)]}}$ Le résultat est-il valide pour toute valeur de y ?	K = $\frac{y+1}{y}$ et n'est défini que si y > 0
		K n'est défini que si $2y > 0$ i.e. (c'est-à-dire si) $y > 0$ (à cause du terme ln($2y$). Nota : Le dénominateur ne peut pas être nul car c'est une exponentielle qui est toujours > 0 (cf. la courbe de exp) Soit donc $y > 0$: K = $\frac{\ln(e^{4y})+\ln(e^4)}{e^{\ln(2y)}.\,e^{\ln(2)]}}$ (on a utilisé **ln(ab) = ln(a)+ln(b)** pour a et b > 0 ainsi que $\boldsymbol{e^{a+b} = e^a.e^a}$) Donc K = $\frac{4y+4}{4y}$ = 2 (Nota le dénominateur $4y$ n'est pas nul car $y > 0$)	
	22	Déterminer toutes les valeurs réelles de y telles que : $ln(2y) > 0$	$y > \frac{1}{2}$
		L'inéquation $ln(2y) > 0$ n'est définie que si $2y > 0$ i.e. $y > 0$ (à cause du terme ln($2y$)) Soit donc $y > 0$: $ln(2y) > 0$ (on va travailler par équivalences successives) :	

		$\Leftrightarrow$ exp $(ln(2y))$ > exp(0) (on a appliqué la fonction exp à gauche et à droite. Cette fonction est strictement croissante sur IR: **la croissance nous oblige à garder le sens de l'inégalité. La STRICTE croissance nous permet de garder l'équivalence** $\Leftrightarrow$ 2y > 1 $\Leftrightarrow$ y > ½ **qui vérifie bien la condition de définition y > 0 (sinon on aurait fait l'intersection de y>1/2 avec y>0)**	

ANALYSE DE VOS RESULTATS / QUELLE REMEDIATION ?

(site de référence **R1 =** http://www.laurentgautret.sitew.fr/PrepaMathSup.E.htm)

Cas 1 : note ≥ 18	**Vous êtes prêt** ! Pour approfondir, aller sur R1/onglet **Parcours OMEGAS** et abordez environ un tiers des **EXERCICES OMEGA** (en devoirs de vacances). Temps de travail personnel à fournir : ~ 3 à 5h. (Ne lisez la correction qu'après votre propre réflexion. Attention le raisonnement et la rédaction de ces exercices compte autant que la technicité des calculs). Vous gagnerez ainsi du temps précieux sur les premières semaines de la prépa.
Cas 2 : note de 14 à 17	**Pas mal !** Aller sur R1/onglet **Parcours OMEGAS** : Commencez par lire et revoir les connaissances de Lycée via le **FORMULAIRE D'ENTREE EN BCPST1**. Commencez par vous entrainer au calcul sur quelques exercices du **CAHIER DE CALCUL** (chapitres 1 à 6, puis 8) en faisant les exercices de niveau de technicité 2 à 3 (symbole de la petite horloge) Entrainez-vous ensuite avec quelques exercices : environ un un quart des **EXERCICES OMEGAS.** Temps de travail personnel à fournir : ~ 10h (Ne lisez la correction qu'après votre propre réflexion. Attention le raisonnement et la rédaction de ces exercices compte autant que la technicité des calculs). Vous gagnerez ainsi du temps précieux sur les premières semaines de la prépa.
Cas 3 : note de 10 à 14	Vous avez **quelques lacunes à remédier,** sans avoir forcément besoin de cours particuliers. Allez sur R1 onglet **Parcours ALPHA :** Commencez par réviser minutieusement les thématiques de cours du **MEMO-COLLEGE** qui vous posent problème (notamment celles qui ont "coincé" lors du diagnostic). Ensuite entrainez-vous sur le **CAHIER DE CALCULS** (chapitres 1 à 6, puis 8) en faisant les exercices de niveau de technicité 1 à 2 (symbole de la petite horloge). Enfin révisez les connaissances de niveau Lycée via le **FORMULAIRE D'ENTREE EN BCPST1** (Uniquement à partir du chapitre "Résumé sur les fonctions usuelles")
Cas 4 : Note < 10	Des **cours particuliers en calculs mathématiques** sont **probablement nécessaires** (d'ici à la rentrée, surtout pas après : vous n'aurez plus le temps !). Notamment dans **les thématiques qui vous ont posé problème lors du diagnostic**. Je vous conseille d'aborder le **parcours ALPHA à l'aide d'un professeur particulier de mathématiques.** Temps de travail à fournir : > 30h